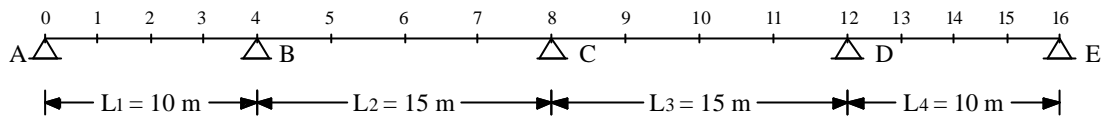


Línea de Influencia

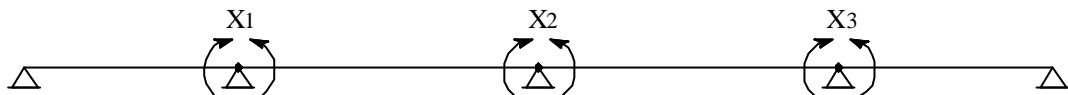
Aplicar método superposición de efectos (Matriz β).

Hallar la línea de influencia de las incógnitas hiperestáticas.

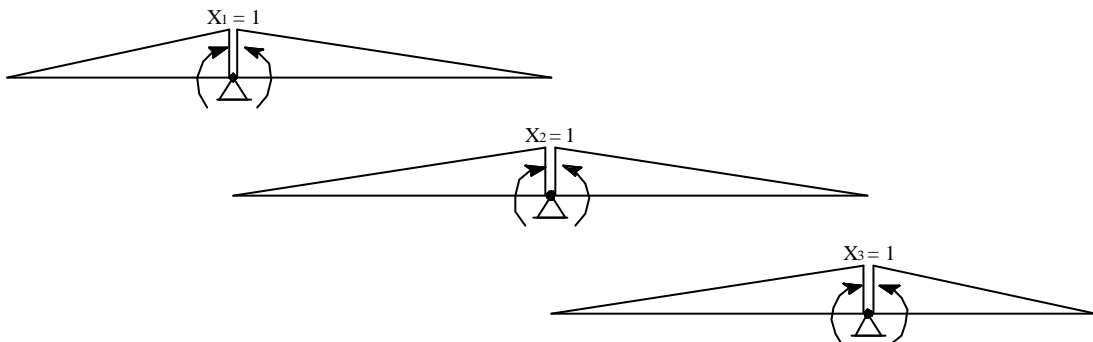
$$I = Cte.$$



Fundamental adoptado.



En función de la Matriz β : $X_i = b_{i1} \times d_{10} + b_{i2} \times d_{20} + b_{i3} \times d_{30}$



Para determinar β_{ij} debemos calcular los δ_{ij} .

$$E \times I \times d_{11} = \frac{1}{3} \times 1^2 (10 + 15) = 8,33 = E \times I \times d_{33}$$

$$E \times I \times d_{12} = \frac{1}{6} \times 1^2 \times 15 = 2,50 = E \times I \times d_{23}$$

$$E \times I \times d_{13} = 0$$

$$E \times I \times d_{22} = \frac{1}{3} \times 1^2 (2 \times 15) = 10,00$$

$$\tilde{\mathbf{d}} = \frac{1}{E \times I} \begin{vmatrix} 8,33 & 2,50 & 0 \\ 2,50 & 10,00 & 2,50 \\ 0 & 2,50 & 8,33 \end{vmatrix} \Rightarrow \tilde{\mathbf{b}} = (-1) \times \tilde{\mathbf{d}}^{-1}$$

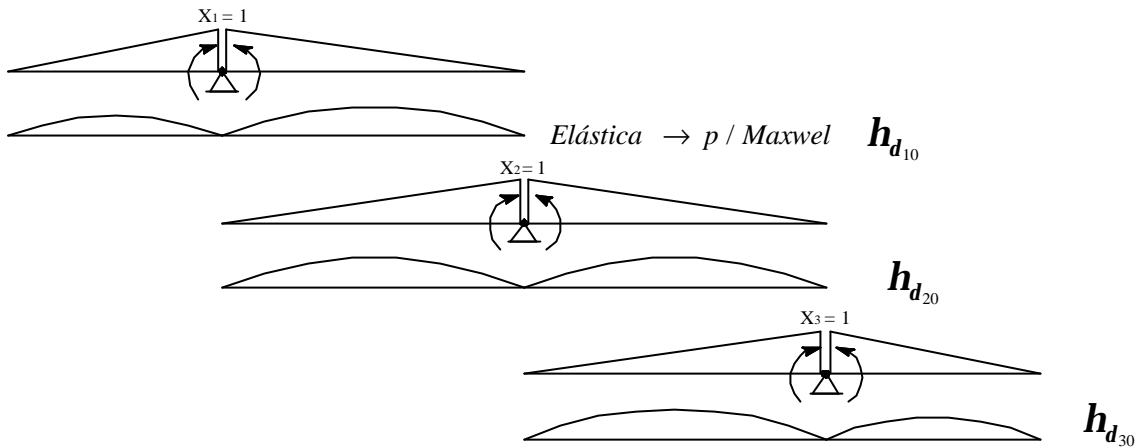
$$\tilde{\mathbf{b}} = E \times I \begin{vmatrix} -0,130645 & +0,035311 & -0,010598 \\ +0,035311 & -0,117655 & +0,035311 \\ -0,010598 & +0,035311 & -0,130645 \end{vmatrix}$$



Si nos interesa obtener la línea de influencia de las incógnitas (η_{xi}), como los coeficientes β no dependen del estado de carga, será:

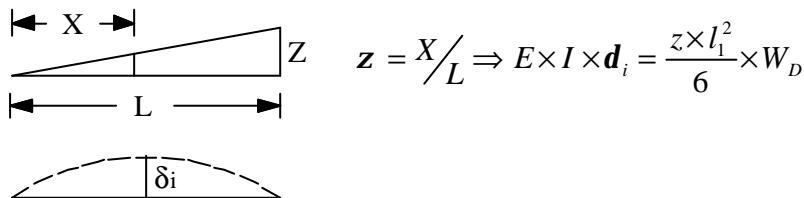
$$h_{xi} = b_{i1} \times h_{d_{10}} + b_{i2} \times h_{d_{20}} + b_{i3} \times h_{d_{30}}$$

Buscamos los $h_{d_{i0}}$.

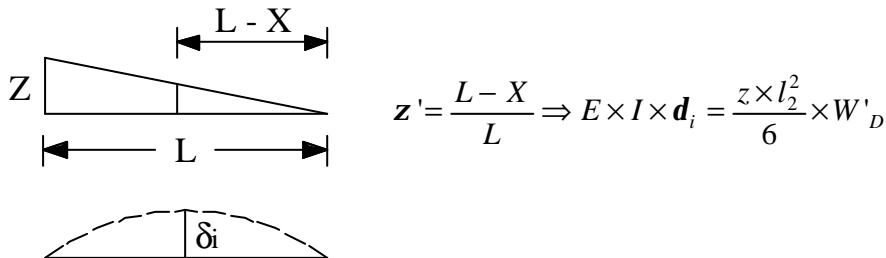


Para calcular los desplazamientos δ_{i0} , utilizamos las tablas de los coeficientes W.

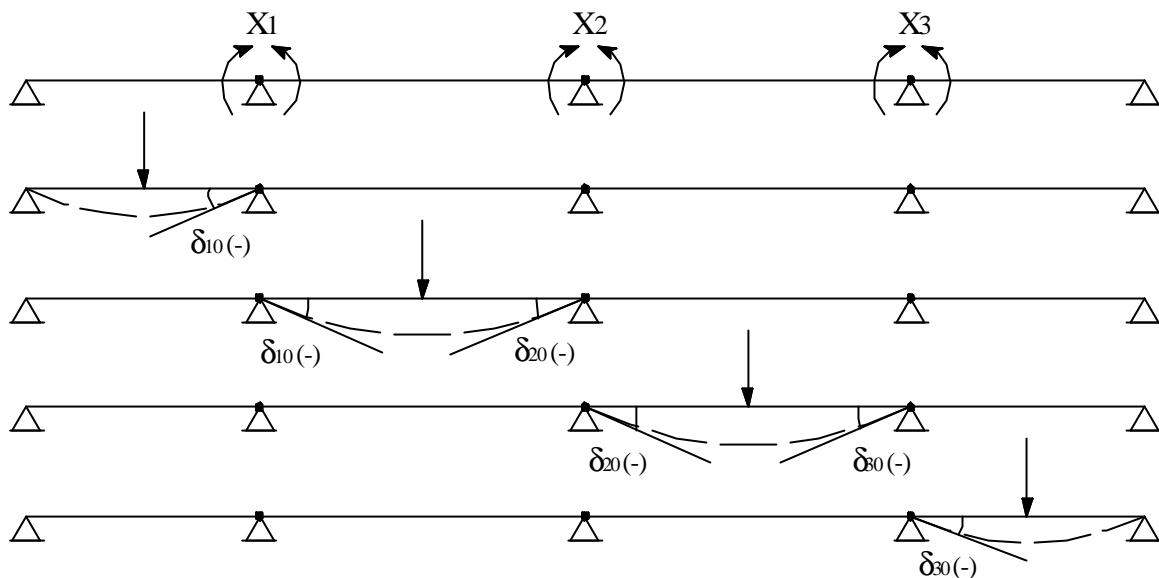
1°- Tramo (L_1)



2°- Tramo (L_2)



Análisis de signos de los términos δ_{ij} .



Para h_{X1}

1°- Tramo

$$h_{X1} = b_{11} \times \frac{z_1 \times l_1^2}{6} \times w_D = (-0,130645) \times \left[-\frac{1 \times \overline{10}^2}{6} \times w_D \right] = +2,1774 w_D = \mathbf{a} \times w_D$$

2°- Tramo

$$h_{X1} = b_{12} \times \frac{z_2 \times l_2^2}{6} \times w_D + b_{11} \times \frac{z_1 \times l_1^2}{6} \times w'_D = (+0,035311) \times \left[-\frac{1 \times \overline{15}^2}{6} \times w_D \right] +$$

$$+ (-0,130645) \times \left[-\frac{1 \times \overline{15}^2}{6} \times w'_D \right] = -1,3242 w_D + 4,8992 \times w'_D = \mathbf{a} \times w_D + \mathbf{a}' \times w'_D$$

3°- Tramo

$$h_{X1} = b_{13} \times \frac{z_3 \times l_3^2}{6} \times w_D + b_{12} \times \frac{z_2 \times l_2^2}{6} \times w'_D = (-0,010598) \times \left[-\frac{1 \times \overline{15}^2}{6} \times w_D \right] +$$

$$+ (+0,035311) \times \left[-\frac{1 \times \overline{15}^2}{6} \times w'_D \right] = +0,3974 w_D - 1,3242 \times w'_D = \mathbf{a} \times w_D + \mathbf{a}' \times w'_D$$

4°- Tramo

$$h_{X1} = b_{13} \times \frac{z_3 \times l_4^2}{6} \times w'_D = (-0,010598) \times \left[-\frac{1 \times \overline{10}^2}{6} \times w'_D \right] = +0,1766 w'_D = \mathbf{a}' \times w'_D$$



Para h_{x2} 1°- Tramo

$$h_{x2} = b_{21} \times \frac{z_1 \times l_1^2}{6} \times w_D = (-0,035311) \times \left[-\frac{1 \times 10^2}{6} \times w_D \right] = -0,5885 w_D = \mathbf{a} \times w_D$$

2°- Tramo

$$h_{x2} = b_{22} \times \frac{z_2 \times l_2^2}{6} \times w_D + b_{21} \times \frac{z_1 \times l_2^2}{6} \times w'_D = (-0,117655) \times \left[-\frac{1 \times 15^2}{6} \times w_D \right] +$$

$$+ (+0,035311) \times \left[-\frac{1 \times 15^2}{6} \times w'_D \right] = +4,4121 w_D - 1,3242 \times w'_D = \mathbf{a} \times w_D + \mathbf{a}' \times w'_D$$

3°- Tramo

$$h_{x2} = b_{23} \times \frac{z_3 \times l_3^2}{6} \times w_D + b_{22} \times \frac{z_2 \times l_3^2}{6} \times w'_D = (+0,035311) \times \left[-\frac{1 \times 15^2}{6} \times w_D \right] +$$

$$+ (-0,117655) \times \left[-\frac{1 \times 15^2}{6} \times w'_D \right] = -1,3242 w_D + 4,4121 \times w'_D = \mathbf{a} \times w_D + \mathbf{a}' \times w'_D$$

4°- Tramo

$$h_{x2} = b_{23} \times \frac{z_3 \times l_4^2}{6} \times w'_D = (+0,035311) \times \left[-\frac{1 \times 10^2}{6} \times w'_D \right] = -0,5885 w'_D = \mathbf{a} \times w'_D$$

Para h_{x3} 1°- Tramo

$$h_{x3} = b_{31} \times \frac{z_1 \times l_1^2}{6} \times w_D$$

2°- Tramo

$$h_{x3} = b_{32} \times \frac{z_2 \times l_2^2}{6} \times w_D + b_{31} \times \frac{z_1 \times l_2^2}{6} \times w'_D$$

3°- Tramo

$$h_{x3} = b_{33} \times \frac{z_3 \times l_3^2}{6} \times w_D + b_{32} \times \frac{z_2 \times l_3^2}{6} \times w'_D$$

4°- Tramo

$$h_{x3} = b_{33} \times \frac{z_3 \times l_4^2}{6} \times w'_D$$



Por simetría aprovechamos los valores calculados para h_{X1} .

h_{X1}

Punto	ξ	ξ	W_D	W_D	$\alpha \times W_D$	$\alpha \times W_D$	X_1
A	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00		0,00
1	0,25	0,75	0,234	0,328	+ 0,510	----	+ 0,510
2	0,50	0,50	0,375	0,375	+ 0,817	----	+ 0,817
3	0,75	0,25	0,328	0,234	+ 0,714	----	+ 0,714
B	0,00	1,00	0,00	0,00			0,00
5	0,25	0,75	0,234	0,328	- 0,310	+ 1,607	+ 1,297
6	0,50	0,50	0,375	0,375	- 0,497	+ 1,837	+ 1,340
7	0,75	0,25	0,328	0,234	- 0,434	+ 1,146	+ 0,712
C	0,00	1,00	0,00	0,00			0,00
9	0,25	0,75	0,234	0,328	+ 0,093	- 0,434	- 0,341
10	0,50	0,50	0,375	0,375	+ 0,149	- 0,497	- 0,348
11	0,75	0,25	0,328	0,234	+ 0,130	- 0,310	- 0,180
D	0,00	1,00	0,00	0,00			0,00
13	0,25	0,75	0,234	0,328		+ 0,058	+ 0,058
14	0,50	0,50	0,375	0,375	----	+ 0,066	+ 0,066
15	0,75	0,25	0,328	0,234	----	+ 0,041	+ 0,041
E	1,00	0,00	0,00	0,00	----		0,00

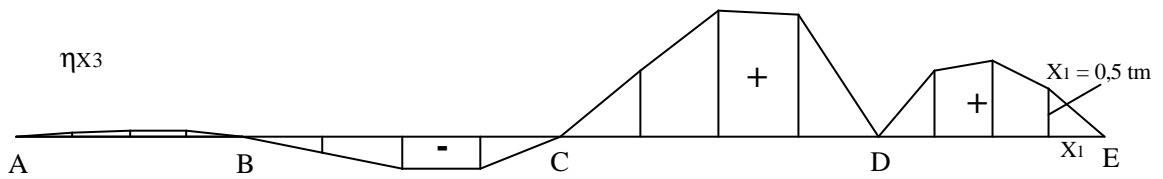
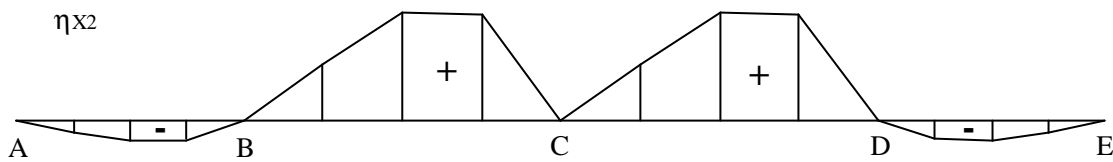
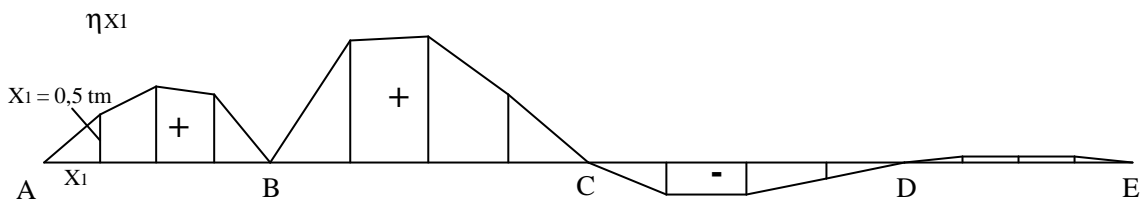
h_{X2}

Punto	ξ	ξ	W_D	W_D	$\alpha \times W_D$	$\alpha \times W_D$	X_1
A	0,00	1,00	0,00	0,00			
1	0,25	0,75	0,234	0,328	- 0,138	----	- 0,138
2	0,50	0,50	0,375	0,375	- 0,221	----	- 0,221
3	0,75	0,25	0,328	0,234	- 0,193	----	- 0,193
B	0,00	1,00	0,00	0,00			
5	0,25	0,75	0,234	0,328	+ 1,032	- 0,434	+ 0,598
6	0,50	0,50	0,375	0,375	+ 1,655	- 0,497	+ 1,158
7	0,75	0,25	0,328	0,234	+ 1,447	- 0,301	+ 1,137
C	0,00	1,00	0,00	0,00			
9	0,25	0,75	0,234	0,328	- 0,310	+ 1,447	+ 1,137
10	0,50	0,50	0,375	0,375	- 0,497	+ 1,655	+ 1,158
11	0,75	0,25	0,328	0,234	- 0,434	+ 1,032	+ 0,598
D	0,00	1,00	0,00	0,00			
13	0,25	0,75	0,234	0,328		- 0,193	- 0,193
14	0,50	0,50	0,375	0,375	----	- 0,221	- 0,221
15	0,75	0,25	0,328	0,234	----	- 0,138	- 0,138
E	1,00	0,00	0,00	0,00	----		



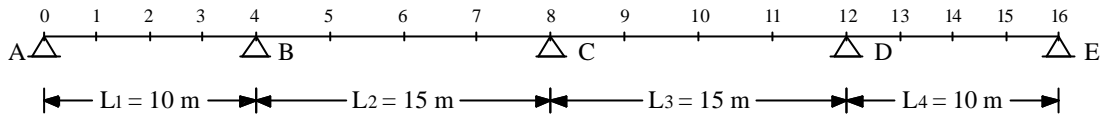
Diagramas Líneas de Influencia:

$$Esc.L.I = \frac{0,5tm}{X_1}$$



Otro ejemplo:

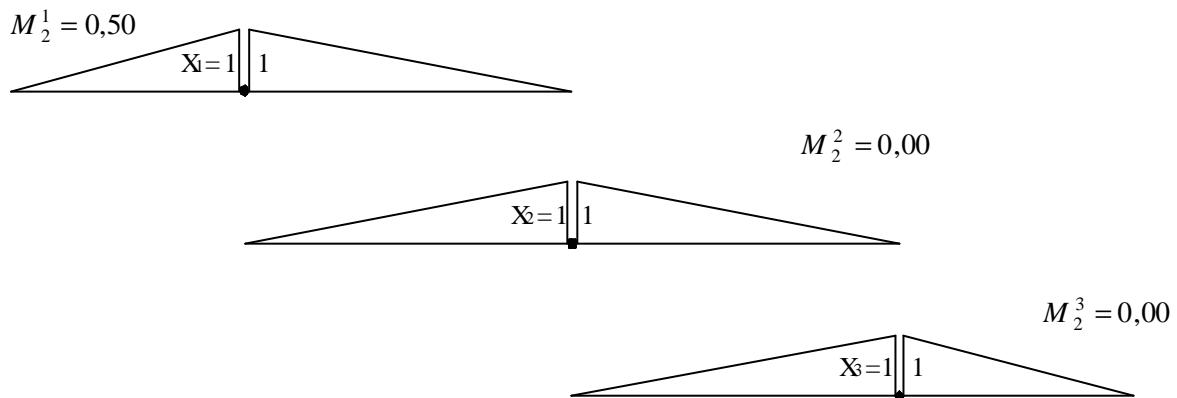
En la viga de la figura hallar la línea de influencia del momento en secciones 2, 5 y 6.



Por superposición de efectos, en sección 2:

$$M_2 = M_2^0 + M_2^1 \times X_1 + M_2^2 \times X_2 + M_2^3 \times X_3$$

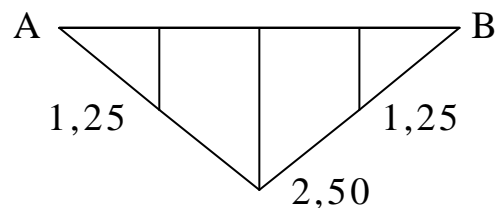
Identificamos los valores M_2^1 ; M_2^2 y M_2^3 .



Del estado de cargas dependen M_2^0 , X_1 , X_2 y X_3 .

$$h_{M_2} = h_{M_2^0} + M_2^1 \times h_{X_1} + M_2^2 \times h_{X_2} + M_2^3 \times h_{X_3}$$

$h_{M_2^0}$ = Línea de influencia del momento en 2, en la viga isostática.



Punto	M_2^0	$M_2^1 \times X_1$	M_2
A	0,00	0,00	
1	+ 1,25	- 0,255	+ 0,995
2	+ 2,50	- 0,408	+ 2,092
3	+ 1,25	- 0,357	+ 0,893
B	----	0,00	0,00
5	----	- 0,648	- 0,648
6	----	- 0,670	- 0,670
7	----	- 0,356	- 0,356

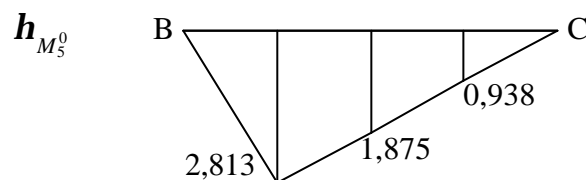
Punto	M_2^0	$M_2^1 \times X_1$	M_2
C		0,00	0,00
9	----	+ 0,171	+ 0,171
10	----	+ 0,174	+ 0,174
11	----	+ 0,090	+ 0,090
D		0,00	0,00
13	----	- 0,029	- 0,029
14	----	- 0,033	- 0,033
15	----	- 0,020	- 0,020
E			

Por superposición de efectos en sección 5:

$$M_5 = M_5^0 + M_5^1 \times X_1 + M_5^2 \times X_2 + M_5^3 \times X_3$$

$$M_5^1 = - 0,75 ; M_5^2 = - 0,25 ; M_5^3 = 0,00$$

$$h_{M_5} = h_{M_5^0} + M_5^1 \times h_{X_1} + M_5^2 \times h_{X_2} + M_5^3 \times h_{X_3}$$



Punto	M_5^0	$M_5^1 \times X_1$	$M_5^2 \times X_2$	M_5
A		0,00	0,00	
1	----	-0,383	+0,035	-0,348
2	----	-0,613	+0,055	-0,055
3	----	-0,536	+0,048	-0,488
B	0,00	0,00		
5	+2,813	-0,973	-0,150	+1,690
6	+1,875	-1,005	-0,290	+0,580
7	+0,938	-0,534	-0,284	+0,120

Punto	M_5^0	$M_5^1 \times X_1$	$M_5^2 \times X_2$	M_5
C		0,00		0,00
9	----	+0,256	-0,284	-0,028
10	----	+0,261	-0,290	-0,029
11	----	+0,135	-0,150	-0,015
D		0,00		
13	----	-0,044	+0,048	+0,004
14	----	-0,050	+0,055	+0,005
15	----	-0,031	+0,035	+0,004
E		0,00		

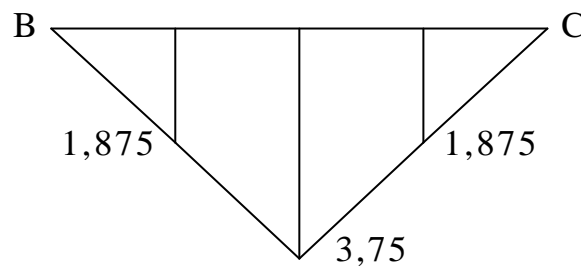


Por superposición de efectos en sección 6:

$$M_6 = M_6^0 + M_6^1 \times X_1 + M_6^2 \times X_2 + M_6^3 \times X_3$$

$$M_6^1 = -0,50 ; M_6^2 = -0,50 ; M_6^3 = 0,00$$

$$h_{M_6} = h_{M_6^0} + M_6^1 \times h_{X_1} + M_6^2 \times h_{X_2} + M_6^3 \times h_{X_3}$$



Punto	M_5^0	$M_5^1 \times X_1$	$M_5^2 \times X_2$	M_5
A		0,00	0,00	0,00
1	----	- 0,255	+ 0,069	-0,186
2	----	- 0,408	+ 0,110	-0,298
3	----	- 0,357	+ 0,092	-0,265
B	0,00	0,00	0,00	0,00
5	+1,875	- 0,648	- 0,299	+0,928
6	+3,750	- 0,670	- 0,579	+2,501
7	+1,875	- 0,356	- 0,568	+0,951

Punto	M_5^0	$M_5^1 \times X_1$	$M_5^2 \times X_2$	M_5
C		0,00	0,00	0,00
9	----	+ 0,175	- 0,568	-0,393
10	----	+ 0,174	- 0,579	-0,405
11	----	+ 0,090	- 0,299	-0,209
D		0,00	0,00	0,00
13	----	- 0,029	+ 0,096	+0,067
14	----	- 0,033	+ 0,110	+0,077
15	----	- 0,020	+ 0,069	+0,049
E				



Diagramas L.I Mtramos:

